ou bien : $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$.

c'est l'équation différentielle , du deuxième ordre , sans second membre et à coefficients constants , caractéristique du circuit LC , **oscillateur électrique harmonique** (libre non amorti) .

® *Expression de la pulsation propre du circuit LC .*

Comme $u_C(t) = U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi)$,

alors : $\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\omega_0^2 U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi)$,

Remplaçons dans l'équation différentielle , on obtient :

$$-\omega_0^2 U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{LC} - \omega_0^2 U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

Soit : $U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi)\left[-\omega_0^2 + \frac{1}{LC}\right] = 0$,

Comme le facteur $U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ n'est pas constamment nul ,

alors nécessairement , on a : $-\omega_0^2 + \frac{1}{LC} = 0$ pour que l'équation soit vérifiée , et par conséquent : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, soit : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

La période propre d'un oscillateur LC série est : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

® *Energie électrique totale du circuit LC et sa conservation .*

L'énergie électrique totale E du circuit LC à un instant t quelconque est

$E = E_e + E_m$, soit : $E = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2$,

avec : $E_e = \frac{1}{2}C U_{Cm}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

et $E_L = \frac{1}{2}LC^2\omega_0^2 U_{Cm}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$; remplaçons :

$$E = \frac{1}{2}C U_{Cm}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}LC^2\omega_0^2 U_{Cm}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) ,$$